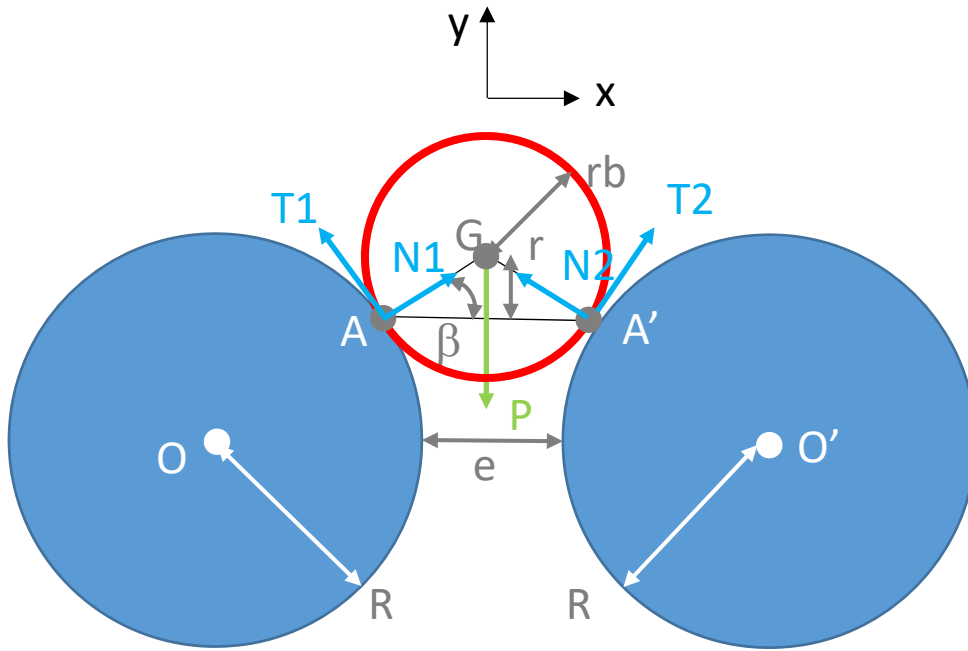


# Mouvement d'une Bille sur Deux Cylindres en Rotation Avec Deux Points de Contact



Efforts appliqués a la bille:

- $R = T + N$  = Réaction des cylindres sur la bille

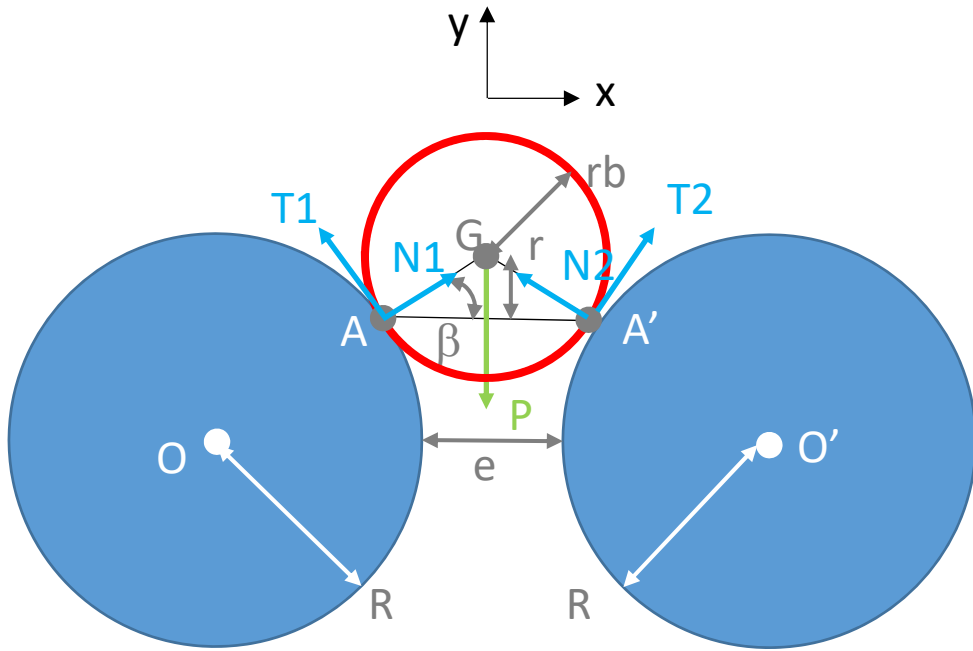
avec  $T$  = Composante tangente aux points de contact

$N$  = Composante normale aux points de contact

- $P = mg$  = Poids de la bille
- $\mu_0, \mu$  = Coefficients de frottement statique, dynamique cylindres/bille

Géométrie:

- $r_b$  = Rayon de la bille
- $e$  = Distance entre les cylindres
- $R$  = Rayon des cylindres
- $A, A'$  = Points de contact bille/cylindres
- $G$  = Centre de gravité de la bille
- $O, O'$  = Centres de rotation des cylindres
- $r$  = distance centre de gravité  $G$  aux points de contact selon  $y$
- $L$  = distance  $AA'$
- $\beta$  = Angle entre  $AA'$  et  $AG = \arccos \frac{L}{2 \cdot r_b} = \arccos \frac{2R + e}{2(R + r_b)}$



Géométrie:

$$\bullet \quad \beta = \arccos \frac{L}{2 \cdot r b} = \arccos \frac{2R + e}{2(R + r b)}$$

$$L = \frac{(2R + e) \cdot r b}{R + r b}$$

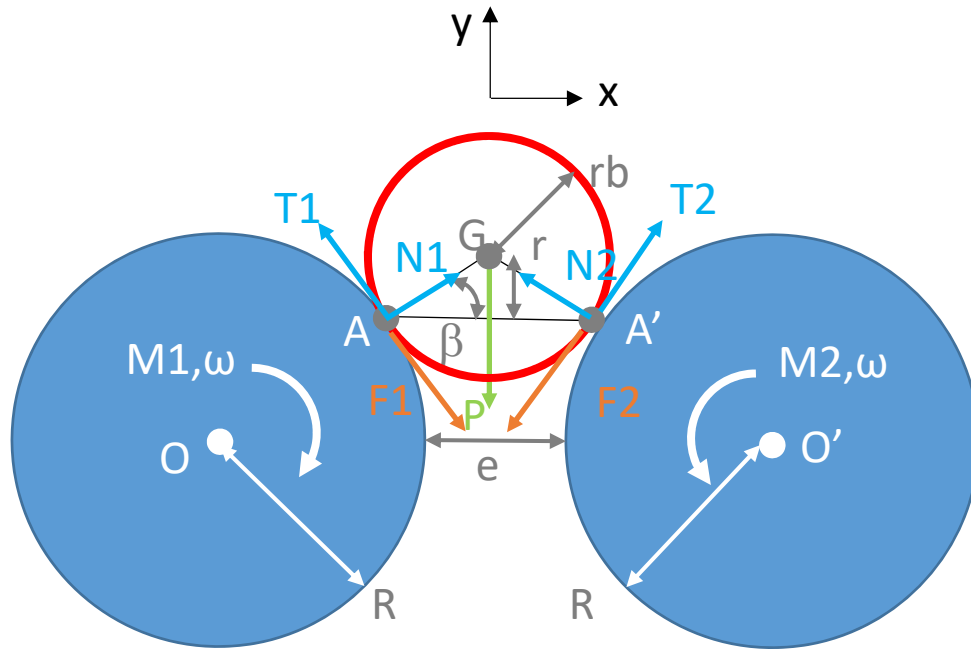
1. Avant rotation des cylindres, équilibre statique:

Sur x:  $N1 \cdot \cos \beta - N2 \cdot \cos \beta + T2 \cdot \sin \beta - T1 \cdot \sin \beta = 0$

Sur y:  $N1 \cdot \sin \beta + N2 \cdot \sin \beta + T2 \cdot \cos \beta + T1 \cdot \cos \beta - P = 0$

Avec  $T = \mu_0 \cdot N$  et  $N1 = N2$  et  $T1 = T2$

$$2 \cdot N \cdot \sin \beta + 2 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot \cos \beta = P$$



2. Rotation des cylindres, statique:

Rotation des cylindres avec les moments:

$M_1$  et  $M_2$ :  $M_1 = M_2 = M$

$M_1 = R.F_1$  et  $M_2 = R.F_2$

$F_1 = F_2 = F$

$M = R.F$

Rotation des cylindres aux vitesses:

$\omega$  et  $-\omega$

La bille ne glisse pas, ne roule pas sans glisser et se fait entrainer par adhérence entre les cylindres.

- Condition d'adhérence sans glissement (frottement statique):

$$T < \mu_0.N$$

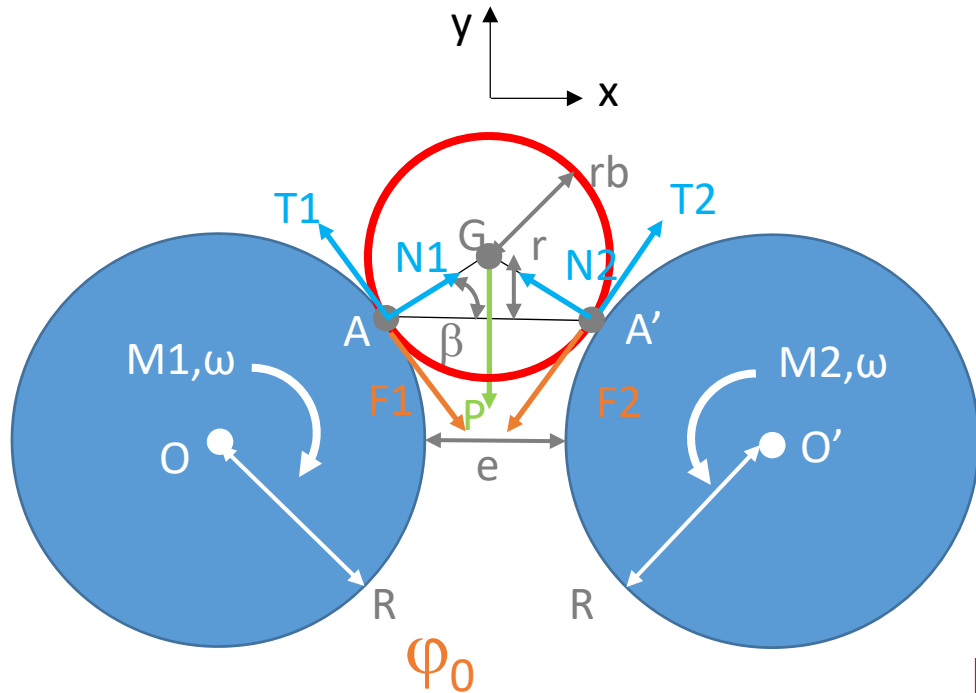
- Condition de roulement sans glissement (pas de frottement):

$$T < \mu N$$

Pas de roulement sans glissement possible cinématiquement.

- Condition de glissement (frottement dynamique):

après dépassement de  $T = \mu_0.N$ ,  $T = \mu N$



2. Rotation des cylindres, statique:

- Angle de frottement statique pour adhérence:

$$\mu_0 = T/N = \tan \phi_0$$

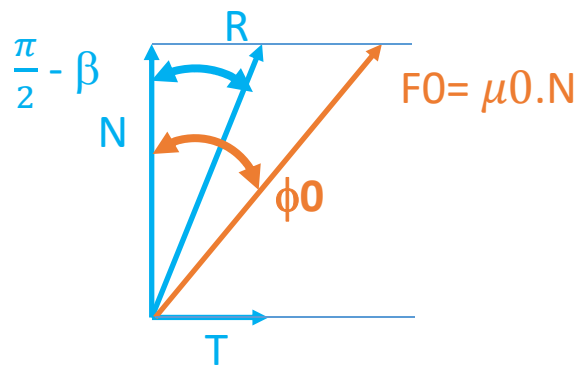
$$\phi_0 = \arctan \mu_0$$

- Condition d'adhérence sans glissement (frottement statique):

$$\frac{\pi}{2} - \beta < \phi_0$$

$$\tan \frac{\pi}{2} - \beta < \mu_0$$

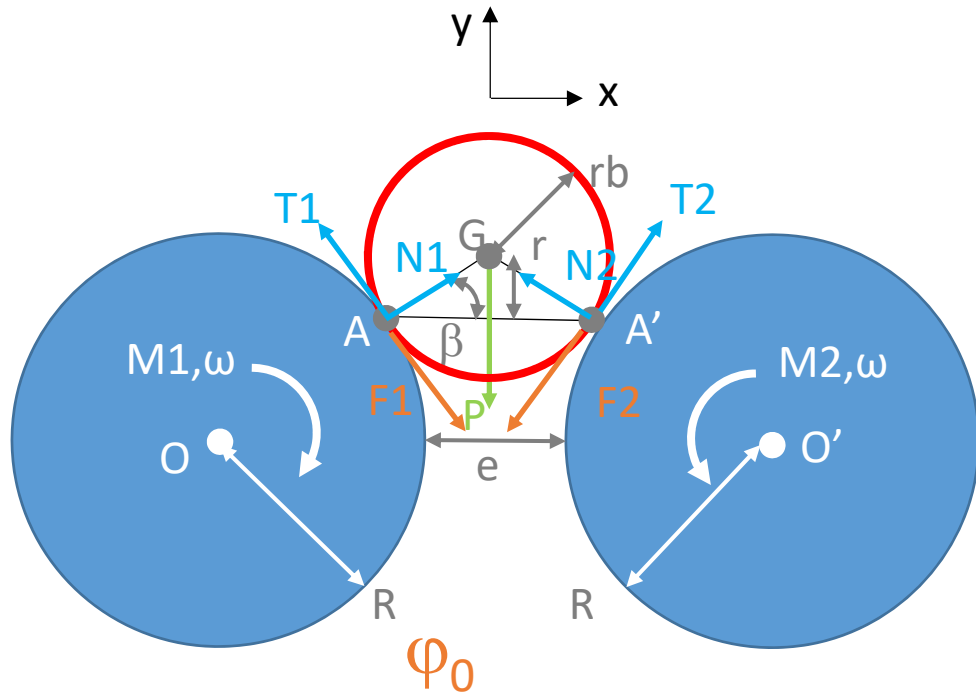
$$\cotan \beta < \mu_0$$



avec  $\cotan \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{2R + e}{2\sqrt{(R + rb)^2 - (R - e/2)^2}}$

et  $\cos \beta = \frac{L}{2rb} = \frac{2R + e}{2(R + rb)}$

$$\sin \beta = \frac{r}{rb} = \frac{\sqrt{(R + rb)^2 - (R - e/2)^2}}{(R + rb)}$$



3. Vérifier que le système fonctionne pour le coefficient de frottement choisi et toutes les tailles de noisettes.

